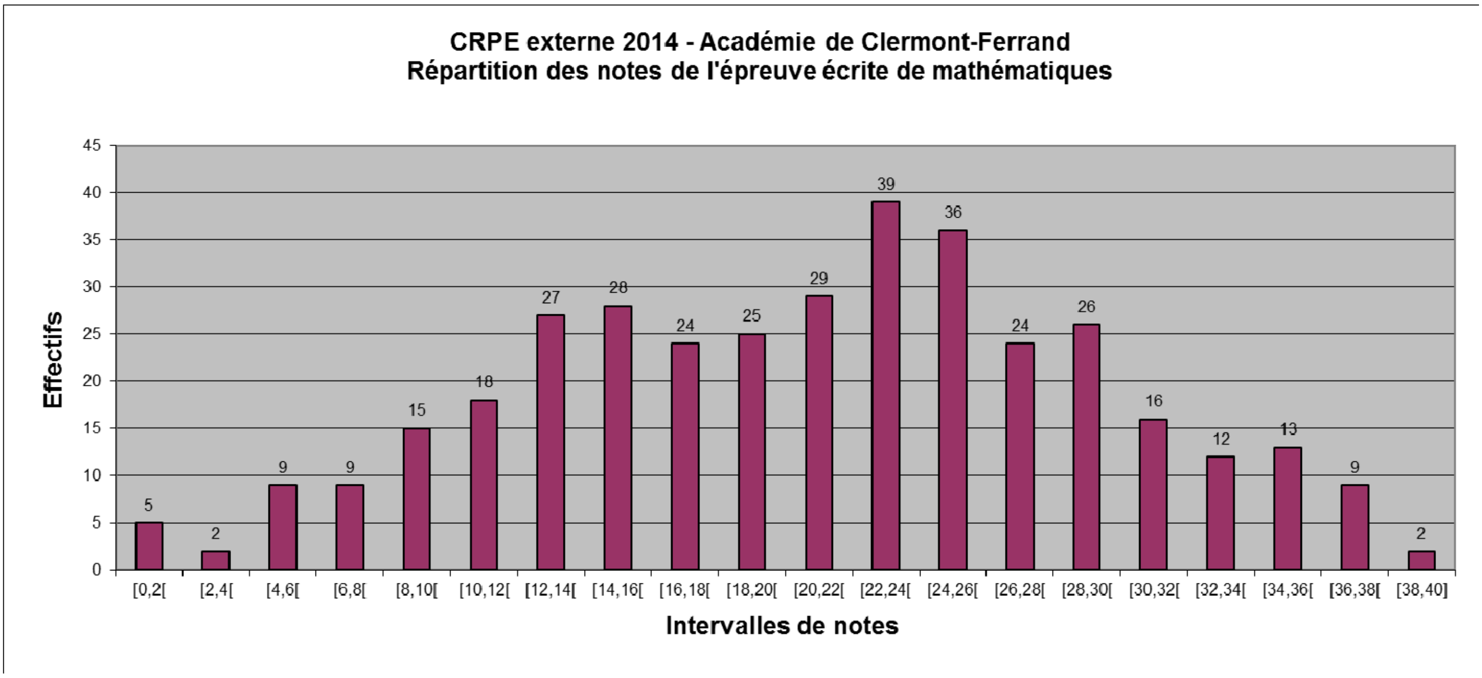
Rapport du jury du concours externe et du troisième concours de recrutement de professeurs des écoles

Session 2014

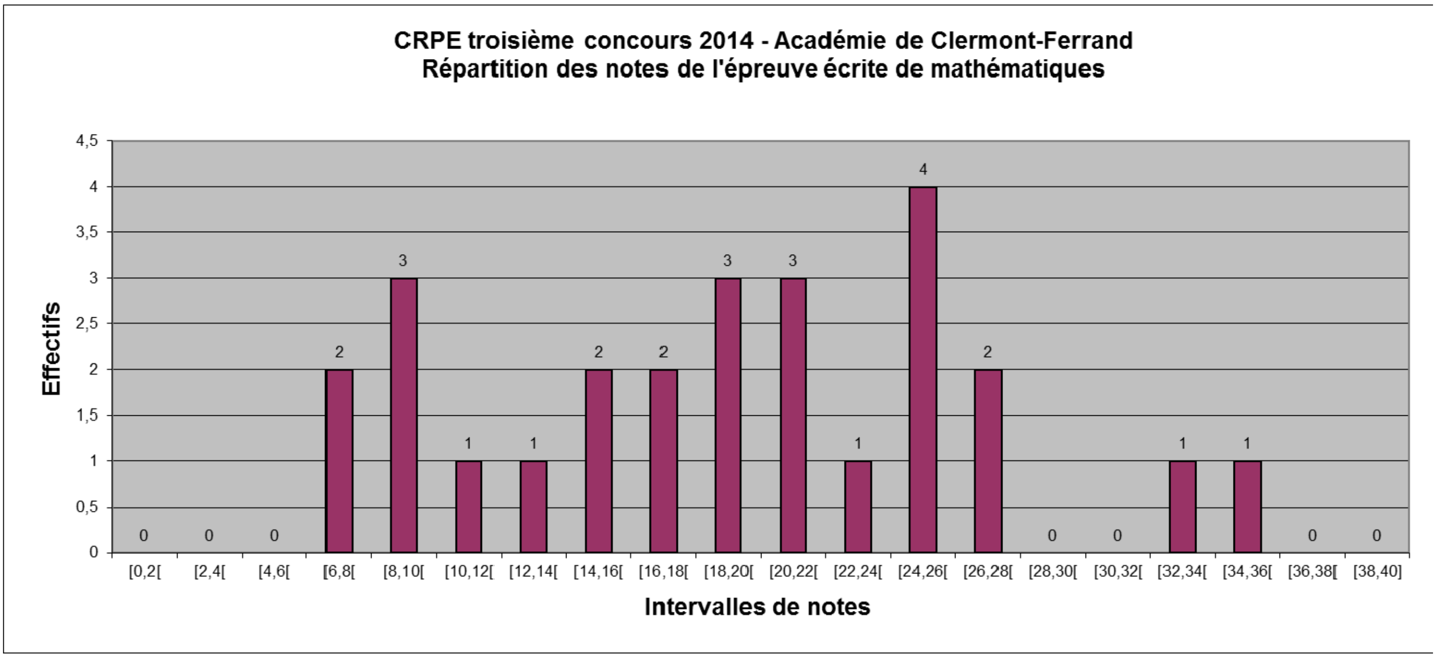
Epreuves d'admissibilité

Epreuve écrite de mathématiques

Éléments statistiques



Nombre de présents :	**368**	**Premier quartile :**	**15**	**Moyenne :**	21,6
		Médiane :	**21**		
Nombre de notes éliminatoires :	**40**	**Troisième quartile :**	**27**	**Ecart type :**	8,4



Intervalles de notes	[0,2[	[2,4[	[4,6[	[6,8[	[8,10[	[10,12[	[12,14[	[14,16[	[16,18[	[18,20[	[20,22[	[22,24[	[24,26[	[26,28[	[28,30[	[30,32[	[32,34[	[34,36[	[36,38[	[38,40]
Effectifs	0	0	0	2	3	1	1	2	2	3	3	1	4	2	0	0	1	1	0	0
Fréquences	0,00	0,00	0,00	0,08	0,12	0,04	0,04	0,08	0,08	0,12	0,12	0,04	0,15	0,08	0,00	0,00	0,04	0,04	0,00	0,00

Nombre de présents : 26

Nombre de notes éliminatoires : 5

Premier quartile : 13
Médiane : 19
Troisième quartile : 25

Moyenne : 19

Ecart type : 7,5

Quelques Commentaires

De nouvelles modalités de recrutement des professeurs des écoles sont entrées en vigueur à cette session 2014 (arrêté du 19 avril 2013). Pour le concours externe, 368 candidats se sont présentés à l'épreuve de mathématiques (pour mémoire 368 présents à la session 2013 et 306 à la session 2012) et 26 pour le troisième concours (pour mémoire 25 en 2012 et 12 en 2011).
Les candidats étaient confrontés à une nouvelle forme de sujet. Visiblement bien avertis de ces évolutions dans le cadre de la préparation du concours, ils ont, en grande majorité, compris ce qui était attendu d'eux et le jury constate des résultats en nette progression par rapport aux années précédentes. Il faut toutefois rappeler que les notes en dessous de 10 sont éliminatoires : cela correspond cette année à environ11% des candidats présents ce qui n'est pas négligeable.
Le jury mentionne que les candidats ont abordé en grande majorité l'ensemble du sujet sans qu'il y ait un déséquilibre notoire entre le traitement du domaine didactique et celui disciplinaire.
Globalement les copies sont bien présentées même si certaines se sont vues retirées les cinq points possibles pour une correction syntaxique et une qualité écrite de la production très insuffisante.

Sur le contenu mathématique, le jury mentionne, par rapport aux années précédentes, une meilleure maîtrise de la part des candidats des notions « géométrie » et « grandeurs et mesures ». Toutefois, un certain manque de rigueur est signalé concernant l'utilisation des notations mathématiques telles les parenthèses, les crochets et tout particulièrement l'emploi des signes « = » et « ». Par ailleurs, les situations de proportionnalité ont bien été repérées mais un trop grand nombre ne maîtrise pas le vocabulaire mathématique qui s'y réfère.

Sur le contenu didactique, l'analyse demandée des productions d'élèves, sauf pour certains candidats qui restent dans la simple description et ne sont pas dans l'analyse, soit par manque de connaissances, soit par mauvaise lecture des consignes, a été dans l'ensemble correctement traitée, les procédures mises en œuvre bien perçues.

Corrigé de l'épreuve

Dans le corrigé ci-dessous des commentaires spécifiques à l'épreuve sont notés en italiques

A. La montée à la station

1.	Dans le triangle rectangle, on a Tan α= $\frac{25}{100}$=0,25 d'où 14° L'inclinaison est donc d'environ 14° *La trigonométrie, pour ceux qui l'ont traité a été plutôt bien réussie. A noter quelques confusions entre « tan » et « tan^{-1} »*
2.	Dans le triangle rectangle, on a sin α = $\frac{145m}{l}$ D'où l=$\frac{145m}{\sin\alpha}$ $\frac{145m}{\sin 14°}$ 599m La longueur est donc d'environ 599m. D'autres méthodes sont possibles, qui peuvent donner le résultat 598 m : calcul à partir d'une valeur plus précise de α, ou une méthode n'utilisant pas α (par exemple utilisation du théorème de Pythagore et du théorème de Thalès).

B. Ski sur la Streif

1.	Calcul de la durée de la descente : 15h03min08s – 14h58min47s=4min21s=4,35min $V=\frac{d}{t}=\frac{3312m}{4{,}35min}=\frac{3{,}312km}{4{,}35\times\frac{1h}{60}}$ 45,7km/h
2.	Calcul du temps mis par le meilleur descendeur : $T=\frac{d}{v}=\frac{3312\text{m}}{100\text{ km/h}}=\frac{3{,}312\text{ km}\quad 1\text{h}}{100\text{ km}}=\frac{3{,}312\quad 3600\text{ s}}{1000}$ = 119,232 s Albert a mis 4min21s c'est-à-dire 261s. Ainsi le meilleur skieur serait arrivé 141,768s soit 2 min 22s avant Albert .

C. Saut sur la Streif

1.	Image de 10 : $S(10)=2{,}5-\frac{(2\times10-55)^2}{1210}=1{,}49$ Ainsi après 10 m de saut, Albert est environ à 1,49m du sol.
2.a.	La valeur 55 sur l'axe des abscisses représente le déplacement horizontal effectué à l'issue du saut.
2.b.	Graphiquement, on obtient pour hauteur maximale du saut d'Albert 2,5m correspondant à un déplacement maximal de 27,5 m.
3.	L'expression est maximale lorsque $\frac{(2x-55)^2}{1210}=0$. Or, $\frac{(2x-55)^2}{1210}=0$ 2x – 55 = 0 x = $\frac{55}{2}$ soit x = 27,5 La hauteur maximale est bien 27,5 m *La justification pour le maximum de la fonction a été rarement explicitée, les candidats se contentant d'une seule vérification par le calcul de la valeur trouvée graphiquement.*

D. Tir à la carabine

1.	L' aire totale de la cible exprimée en cm² est : $15^2 = 225$ L'aire de la couronne extérieure exprimée en cm² est : $15^2 - 10^2 = 125$ La probabilité d'obtenir la couronne extérieure est : $\frac{125}{225} = \frac{125}{225} = \frac{5}{9}$ 0,555 ou 55,5%
2.	L' aire de la zone noire exprimée en cm ² est : $\times 5^2 = 25$ La probabilité de toucher la cible et d'atteindre son cœur (partie noire) est : $\frac{1}{2} \frac{25}{225} = \frac{1}{18}$ soit environ 0,056 *question alliant géométrie et probabilité où il a été repéré assez souvent une mauvaise lecture des énoncés (en particulier oubli de multiplier par $\frac{1}{2}$ dans 2°) .*

Deuxième partie : 13 points

EXERCICE n°1

1.	Ce problème relève de la division (euclidienne)
2.	Par exemple : Procédure A : mise en œuvre de la division euclidienne Procédure B : soustractions successives (retraits itérés de 5 à 83) Procédure C : groupements de 5 (additions successives) Procédure D : multiplication par 5 approchant progressivement 83

EXERCICE n°2

1.	Soit n le nombre de bonbons. Si le reste dans la division euclidienne de ce nombre par 2, 3, 4, 5 et 6 est 1 cela signifie que n-1 est divisible par 2, 3, 4, 5 et 6. Le seul nombre possible inférieur à 100 est 60. Donc n=61 *Cette question a très souvent été traitée de manière empirique avec des explications discutables d'un point de vue mathématique.*
2.a.	Les formules possibles sont : = MOD (A2 ; 2) ou = MOD (A2 ; B$1)
2.b.	Il suffit de chercher les lignes ne contenant que des 1 dans les cellules B, C, D, E, F et lire le nombre correspondant dans la colonne A. *Le jury rappelle qu'il est demandé d'avoir une bonne connaissance du tableur*

EXERCICE n°3

1.	$87^2 - 86^2 - 85^2 + 84^2 = 4$ Conjecture : pour tout entier n , $(n+3)^2 - (n+2)^2 - (n+1)^2 + n^2 = 4$ ou n'importe quelle autre conjecture avec un décalage d'indice *La majorité des candidats ont abordés la question sur l'essai mais des difficultés dans l'énoncé d'une conjecture. Ceux qui essaient d'énoncer la conjecture sous forme de phrases en français s'embrouillent rapidement dans le vocabulaire donnant lieu à des phrases lourdes et parfois sans aucun sens.*
2.	Soit n un entier. On a $(n+3)^2-(n+2)^2-(n+1)^2+n^2 ==n^2+6n+9-(n^2+4n+1)-(n^2+2n+1)+n^2 =4$ La conjecture précédente est vraie. *Question globalement réussie pour ceux qui l'ont traitée*

EXERCICE n°4

1.	ABCD est un carré. I, J K et L sont les milieux des côtés de ce carré. [JL] et [KI] sont les médianes (des axes de symétrie) du carré ABCD. Elles sont perpendiculaires, de même longueur et se coupent en leur milieu. IJKL est donc un quadrilatère dont les diagonales [JL] et [KI] sont perpendiculaires, de même longueur et se coupent en leur milieu. Donc IJKL est un carré. Ou bien : D’après le théorème de Pythagore, dans le triangle BIJ rectangle en B, on a : $IJ^2 = IB^2 + BJ^2 = 6^2 + 6^2 = 72$; IJ = $\sqrt{72}$ cm De même, on montre que IJ = JK = KL = LI = $\sqrt{72}$ cm Donc IJKL est un losange. L’angle $\widehat{JIL}$ est égal en degré à 180° – $\overline{AFL}$ – $\widehat{JIB}$ Or dans le triangle rectangle isocèle IAL, $\overline{AIL}$ = 45° De même, $\widehat{JIB}$ = 45° Par conséquent : $\widehat{JIL}$ = 180° – 45° – 45° = 90° Or un losange ayant un angle droit est un carré donc IJKL est un carré. *Cette question est largement traitée mais très peu réussie. Beaucoup de candidats n’ont prouvé que l’égalité des longueurs pour conclure à un carré. Les démonstrations restent inachevées, les propriétés mal maitrisées et beaucoup de verbiage inutile.*
2.	Exprimée en cm² , on a : Aire (IJKL) = Aire (ABCD) – 4 Aire (BIJ) = $12^2 - 4 \quad \frac{6 \quad 6}{2}$ = 72 Ou bien : Aire (IJKL) = $(\sqrt{72})^2$ cm² = 72 cm².
3.	Pour calculer le volume de la pyramide, on prend pour base le triangle AIL . La hauteur associée est AM Exprimé en cm^3 , le Volume (AILM) = $\frac{1}{3}$ Aire (AIL) AM = $\frac{1}{3} \quad \frac{AI \quad AI}{2}$ AM = $\frac{1}{3} \quad \frac{6 \quad 6}{2} \quad 6$ =36 . Le volume est 36 cm^3.
4.	On a : Volume du nouveau solide = volume du cube – 8 volume d’un tétraèdre On obtient alors V = 12^3 cm^3 – 8 × 36 cm^3 = 1440 cm^3 *Les calculs d’aires et de volumes (application de formules) n’ont pas posé de problème en dehors de ceux qui pour le calcul du volume n’ont pas choisi la face AIL comme base, amenant à des calculs plus complexes*.

Troisième partie : 14 points

A.

1.	Par exemple : Le tarif est le même pour chaque enfant quel que soit son âge.
2.	Par exemple : si le groupe est composé d'au moins 40 enfants alors une réduction de 1 € est effectuée sur chaque entrée supplémentaire au-delà des 40. *Des propositions parfois très ambiguës, telles « le prix dépend du nombre des élèves » sans précision du type de dépendance.*

B.

1.	Le coefficient de proportionnalité
2.	La propriété multiplicative (de la linéarité appelée aussi homogénéité)
3.	Pour l'exemple 1, l'opérateur multiplicatif extrait du rapport entre les nombres permet de passer d'une grandeur (masse) à l'autre (prix) : c'est le coefficient de proportionnalité (qu'il s'agisse de 3 ou 1/3). Pour l'exemple 2, l'opérateur multiplicatif extrait du rapport entre les nombres permet de passer d'une valeur à l'autre sur une même grandeur (par exemple, le nombre de gâteaux) : c'est l'application de la propriété multiplicative de la linéarité (appelée aussi homogénéité).
4.	L'argumentation met en défaut la linéarité. Autre façon (coefficient de proportionnalité) : un stylo coûte 2 euros ; s'il y avait proportionnalité le coefficient de proportionnalité serait donc égal à 2, donc 3 stylos devraient coûter 6 euros. Passage possible par un graphique. *Beaucoup de candidats n'utilisent pas le vocabulaire précis relatif à la proportionnalité (linéarité – coefficient de proportionnalité ...)*

C.

	Auriane : retour à l'unité Emeric : application de la propriété additive de la linéarité (on acceptera aussi linéarité) Nicolas : application erronée de la propriété additive de la linéarité (maintien constant du nombre ajouté) Kévin : passage à l'unité et commutativité des opérations ou règle de trois ou produit en croix *Analyse des copies : Question très souvent traitée avec beaucoup de détails et d'explications. Les réponses sont souvent des ré-explications des procédures et manquent de recul par rapport aux éléments technologiques sous- jacents. Le vocabulaire est souvent exotique. Cependant il apparait une volonté de comprendre les procédures engagées par les élèves.* *Une part importante des candidats présente leurs copies sous la forme d'un tableau.* *Première colonne : prénom de l'élève* *Deuxième colonne : explication de la procédure* *Troisième colonne : propriété mathématique utilisée* *Quatrième colonne : Procédure élève juste ou fausse*

D.

1.	Le pourcentage est un cas particulier de la proportionnalité.
2.a.	En règle générale, la moyenne des pourcentages n'est pas égale au pourcentage moyen.
2.b.	On peut remplacer 5000 par 4000 afin que les deux nombres soient les mêmes. En effet, $((4000 \times 0{,}4) + (4000 \times 0{,}6)) : 8000 = 0{,}5$ 50% sera alors la bonne réponse . Ou bien Soit n le nombre cherché. On a résoudre $(n \times 0{,}4 + 4000 \times 0{,}6) : (n + 4000) = 0{,}5$ $\quad n \times 0{,}4 + 2400 = n \times 0{,}5 + 2000$ $0{,}1 \times n = 400 \quad n = 4000$ *La notion de pourcentage reste encore une difficulté pour une bonne partie des candidats.*